

Fluidos Geofísicos e Meteorologia

Vinícius Rogério da Rocha
Instituto de Física - USP

5 de Julho de 2007



Os movimentos atmosféricos se dão baseadas em determinadas leis:

- Lei da conservação da massa

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$$

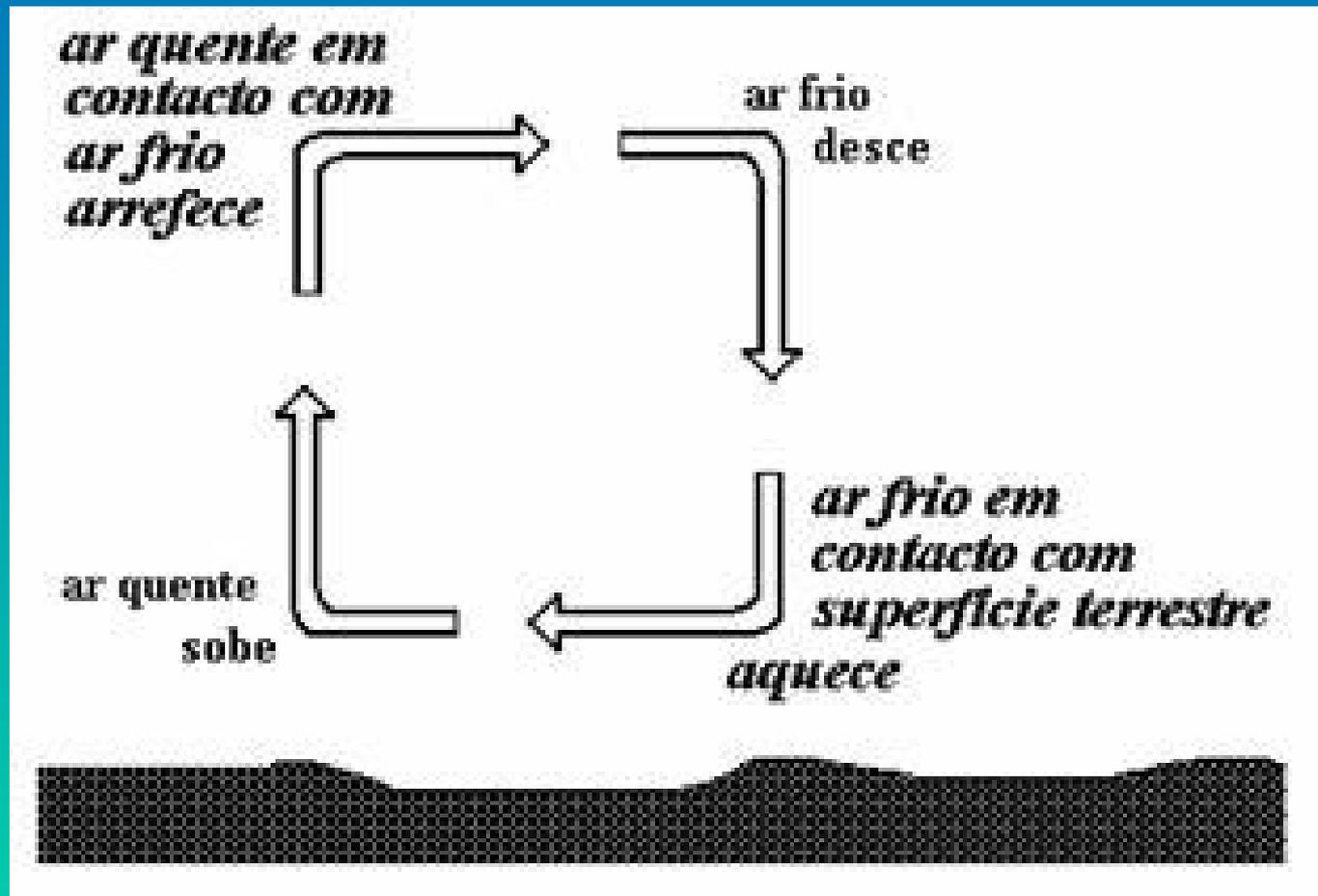
- 1ª Lei da Termodinâmica

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} + \frac{\alpha}{c_p} \frac{dp}{dt}$$

- 2ª Lei de movimento de Newton

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F}_i = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{G} + \vec{F}_r$$

Forças que provocam e modificam os movimentos da circulação atmosférica



Forças que provocam e modificam os movimentos da circulação atmosférica

- Força de gradiente de pressão
- Forças dissipativas (atrito ou viscosidade)
- Força da gravidade
- Forças não-inerciais

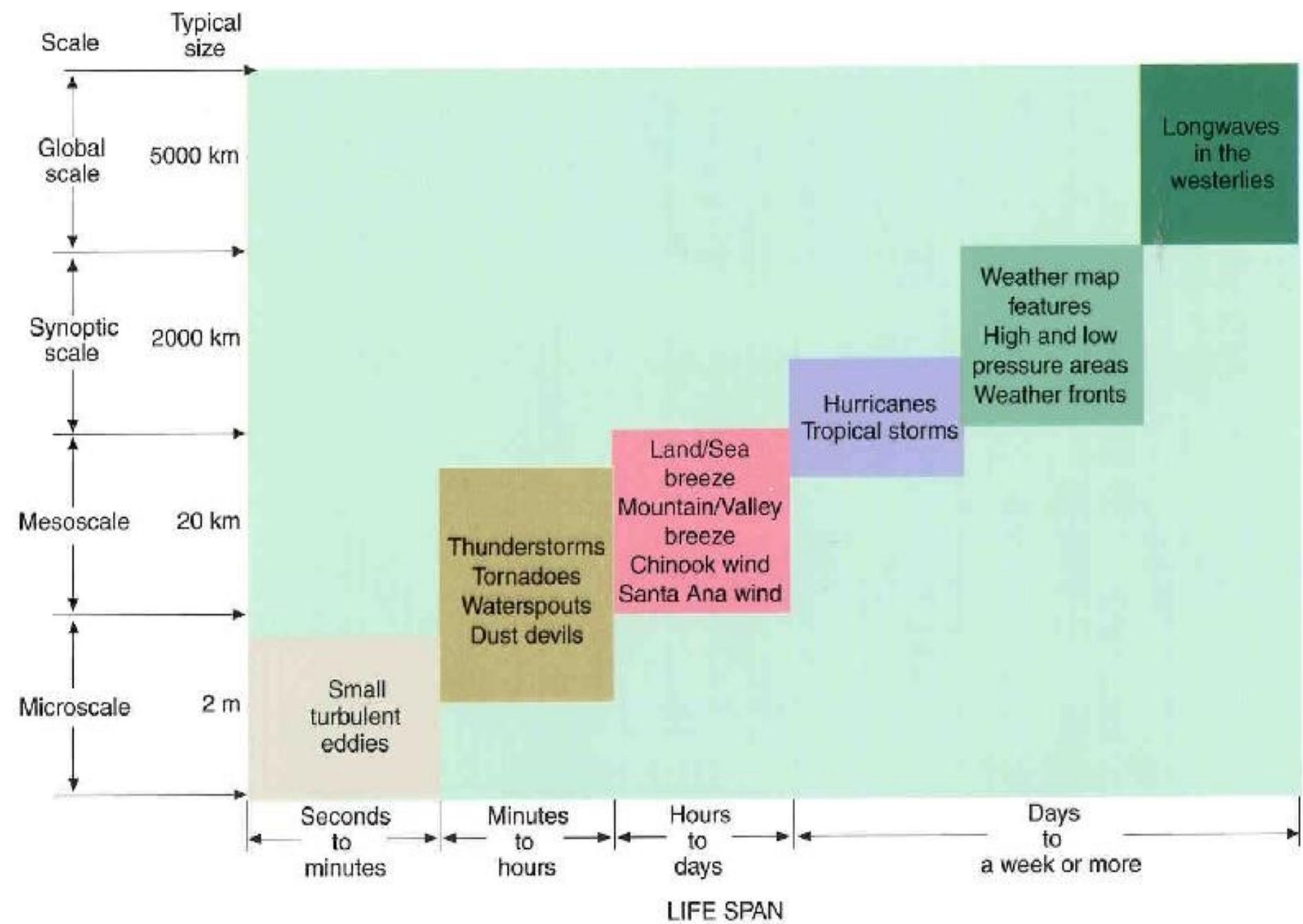
Força de viscosidade

- Definição
- Fluido newtoniano e Lei de viscosidade:
$$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$$
- Coeficiente de viscosidade para gases
- Valor típico do coeficiente de viscosidade do ar é de $1,8 \cdot 10^{-5} \text{Kg/ms}$
- Fluido ideal

Escalas

- Análise de escala
- Exemplos de microescala
- Camada limite
 - Definição
 - Camada Limite Planetária (CLP)
 - Turbulência
 - Aproximação
- Parâmetro de Coriolis

Scales of atmospheric motion with the phenomena's average size and life span



Escoamentos geofísicos

- Sistema de referência em rotação: aceleração da partícula é derivada para um sistema de referências inercial, mas deve-se levar em conta a rotação da Terra (referencial não-inercial)
- Turbulência: presente em todas as escalas de movimento nos fluidos geofísicos

Aplicações

- Expressão da taxa de mudança
- Equação fundamental do movimento
- Geostrofia
- Vento gradiente, geostrófico e ciclostrófico
- Vorticidade e circulação
- Taxa de mudança da vorticidade absoluta

Taxa de mudança

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})F$$

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \underbrace{u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y}}_{\text{advecção horizontal} = \vec{\nabla}_H F} + \underbrace{w \frac{\partial F}{\partial z}}_{\text{advecção vertical ou convecção}}$$

Equação fundamental do movimento

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \frac{g\vec{r}}{r} + \frac{\mu}{\rho} \left(\vec{\nabla}^2 u \hat{i} + \vec{\nabla}^2 v \hat{j} + \vec{\nabla}^2 w \hat{k} \right)$$

Onde:

$$\vec{g} = \vec{g}_e + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$$

Parâmetro de Coriolis

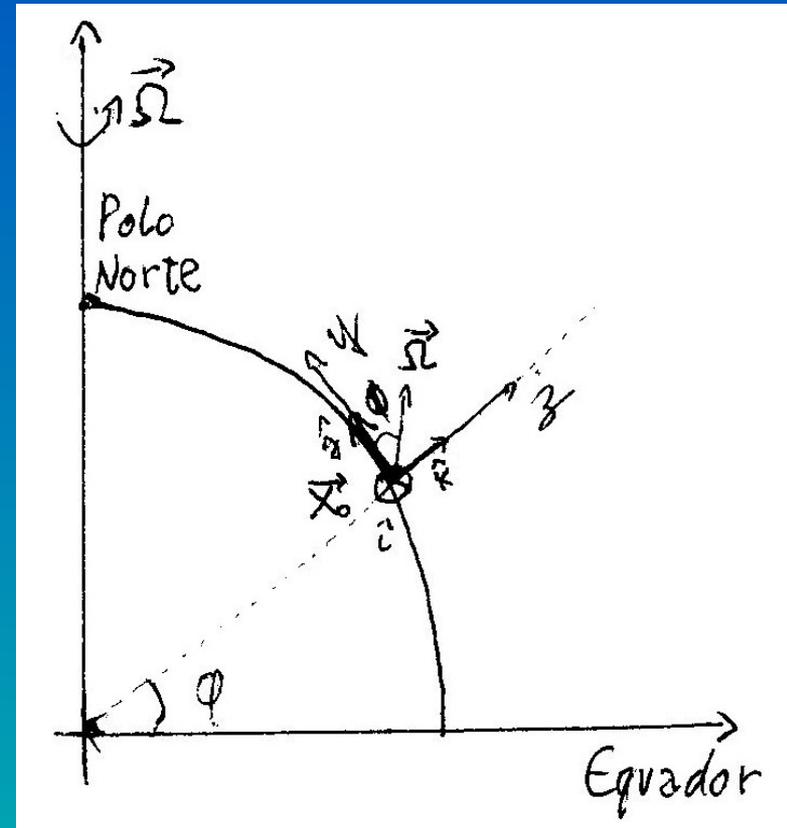
$$2\vec{\Omega} \times \vec{v}_r$$

Geostrofia

- Coordenadas cartesianas tangenciais

- Termo de Coriolis

$$f = 2\Omega \sin\phi$$



$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{g} + 2\Omega w \cos\phi \hat{i} - f u \hat{j} + 2\Omega \sin\phi \hat{k}$$

Geostrofia

- Aproximação geostrófica: balanço entre a força de Coriolis e a força do gradiente de pressão para o movimento horizontal

$$fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow v \equiv v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \Rightarrow u \equiv u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}$$

Geostrofia

- Aproximação geostrófica com viscosidade

$$fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$fu = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

- Camada de Ekman

Vento gradiente, geostrófico e ciclostrófico

$$\frac{D\vec{v}_H}{Dt} = \frac{\partial v_H}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}_H = -\frac{1}{\rho} - f\hat{k} \times \vec{v}_H + \vec{f}_{rH}$$

- Coordenadas naturais

Define-se os versores, onde:

\vec{n} é orientado na direção do escoamento em cada ponto (paralelo à velocidade horizontal em cada ponto);

\vec{t} é normal a \vec{n} , perpendicular ao escoamento e é definido como positivo à esquerda do escoamento;

\hat{k} é dirigido verticalmente para cima;

R é o raio de curvatura da trajetória da parcela de ar, sendo R>0 um giro anti-horário e R<0 horário.

Vento gradiente, geostrófico e ciclostrófico

$$\underbrace{\frac{D\vec{v}}{Dt}}_{\text{aceleração segundo o movimento}} = \underbrace{\vec{t} \frac{Dv}{Dt}}_{\text{taxa de mudança da velocidade da parcela de ar}} + \underbrace{\frac{\vec{n}}{R} v^2}_{\text{aceleração centrípeta devido à curvatura da trajetória}}$$

Ao longo do movimento (\vec{t}):

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial S} + f_{rt}$$

Perpendicular ao movimento (\vec{n}):

$$\frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - fv + f_{rn}$$

Vento Gradiente

- Escoamento coincide com as isóbaras e despreza-se a fricção

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial S} + f_{rt}$$

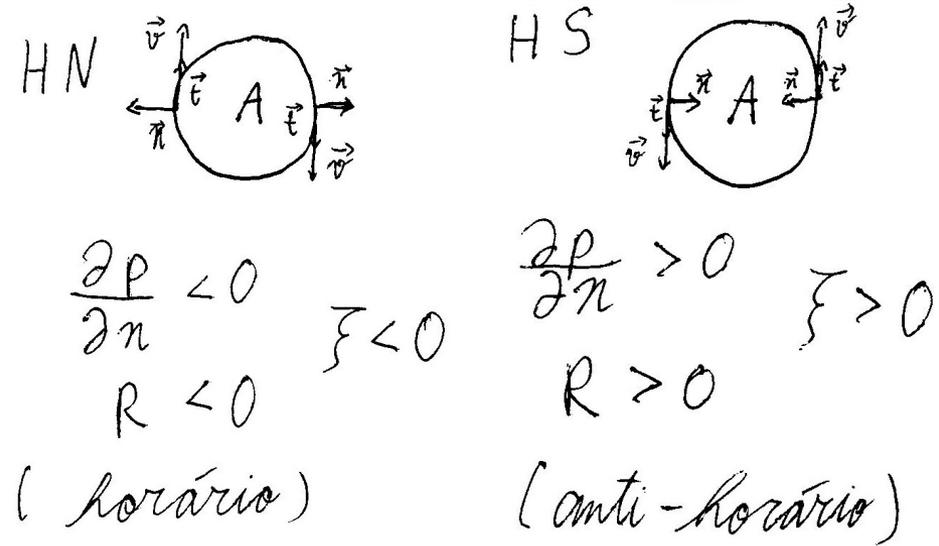
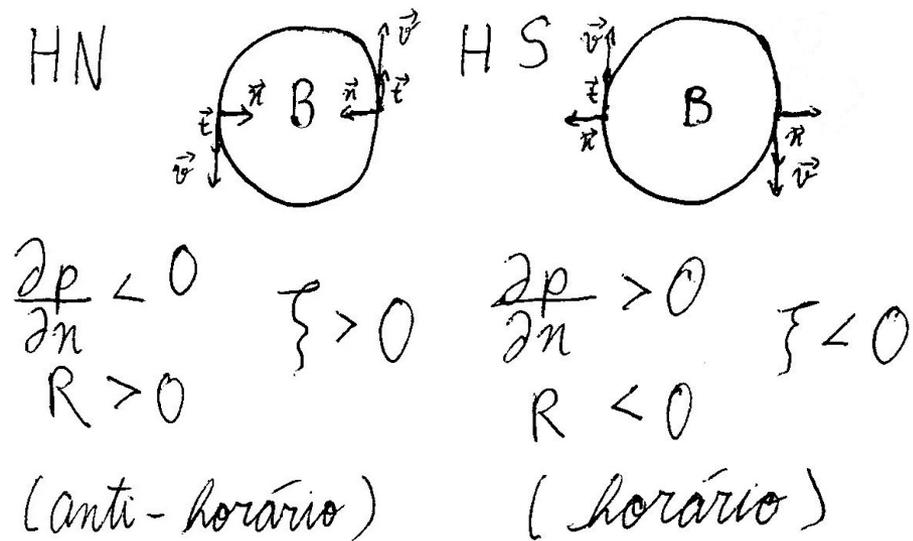
$$\frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - fv + f_{rn}$$

$$f^2 - \frac{4}{R} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} > 0$$

Vento Gradiente

- Trajetórias ciclônicas

- Trajetórias anti-ciclônicas



Vento Gradiente

- Estimativa da pressão central de superfície em ciclones

$$\int_{p(n)}^p \frac{\partial p}{\partial n} = - \int_r^0 \rho v \left(f + \frac{v}{R} \right) dr$$

$$p(r = 0) = p(r) - \int_r^0 \rho v \left(f + \frac{v}{R} \right) dr$$

Vento geostrófico

- Ocorre quando R tende a infinito
- Importante para ciclones pequenos e intensos
- Velocidades do vento são paralelas às isóbaras em torno dos centros de pressão

Vento ciclostrófico

- Ocorre quando $v^2/R \gg fv$

$$\frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$$

Exemplo numérico

Para um tornado, temos $v \approx 75\text{m/s}$ e $R \approx 10^3\text{m}$, e temos:

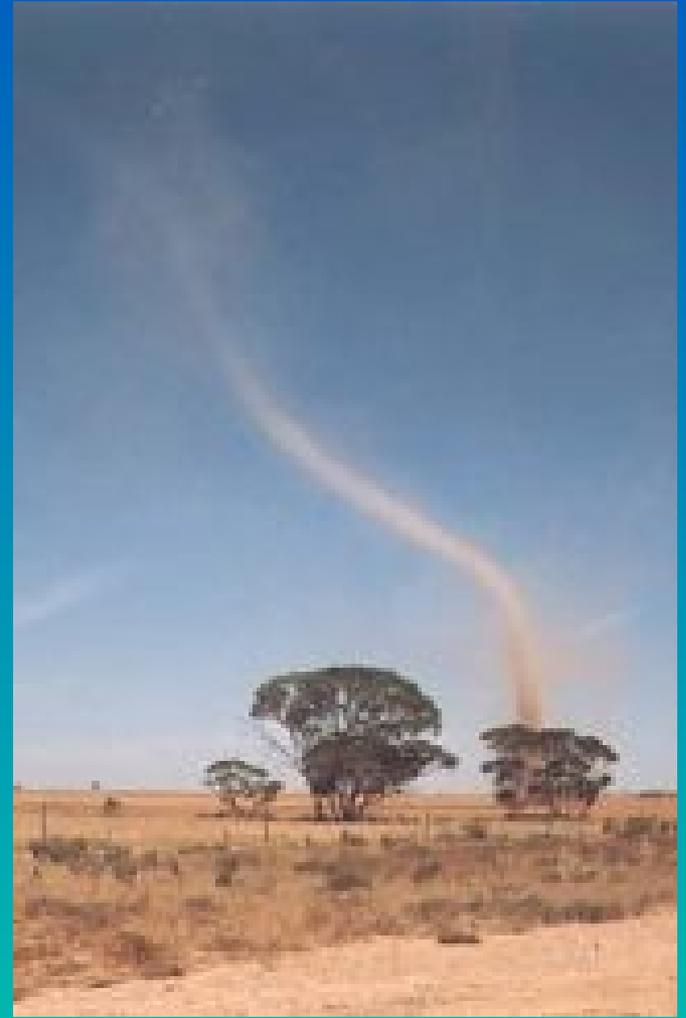
$$v^2/R \approx (10^3 \text{ a } 10^4)/10^3 = 1 \text{ a } 10 \text{ m/s}^2$$

$$fv \approx 10^{-4} \cdot 10^2 = 10^{-2} \text{ m/s}^2$$

Então, temos que $v^2/R \gg fv$



Tornado – Oklahoma, 1999



Dust Devil

Vorticidade e circulação

- Vorticidade $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$
- Circulação $\Gamma = \oint_C \vec{v} d\vec{s} = \iint_S \underbrace{(\vec{\nabla} \times \vec{v})}_{=\vec{\omega}} d\vec{A}$
- Vorticidade em um ponto é igual à circulação por unidade de área

$$\xi = \frac{d\Gamma}{dA}$$

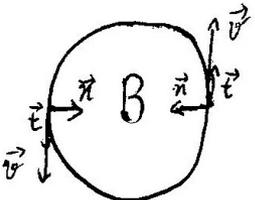
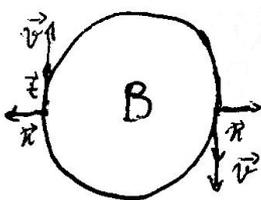
Convenção de sinais:

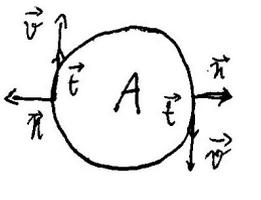
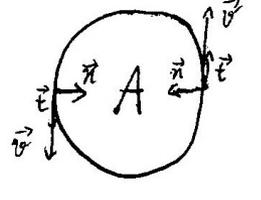
Anti-horário $\Rightarrow \bar{w} > 0$ e $\Gamma > 0$

Horário $\Rightarrow \bar{w} < 0$ e $\Gamma < 0$

• Trajetórias ciclônicas

• Trajetórias anti-ciclônicas

<p>HN</p> 	<p>HS</p> 
<p>$\frac{\partial p}{\partial n} < 0$ $R > 0$</p>	<p>$\frac{\partial p}{\partial n} > 0$ $R < 0$</p>
<p>$\xi > 0$</p>	<p>$\xi < 0$</p>
<p>(anti-horário)</p>	<p>(horário)</p>

<p>HN</p> 	<p>HS</p> 
<p>$\frac{\partial p}{\partial n} < 0$ $R < 0$</p>	<p>$\frac{\partial p}{\partial n} > 0$ $R > 0$</p>
<p>$\xi < 0$</p>	<p>$\xi > 0$</p>
<p>(horário)</p>	<p>(anti-horário)</p>

Escala sinótica $\xi = \hat{k} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$

Vorticidade absoluta

- Vorticidade no referencial não-inercial

$$\underbrace{\vec{v}_a}_{\text{velocidade absoluta}} = \underbrace{\vec{v}_r}_{\text{velocidade relativa}} + \underbrace{\vec{\Omega} \times \vec{r}}_{\text{velocidade transferida ao fluido pela rotação do sistema}}$$

$$\vec{w}_a = \vec{w} + 2\vec{\Omega}, \text{ onde } \vec{\Omega} = \Omega \cos \phi \hat{j} + \Omega \sin \phi \hat{k}$$

Assim, a componente vertical da vorticidade absoluta é definida por:

$$\vec{k} \cdot \vec{w}_a = \xi_a = \xi + f$$

Taxa de mudança da vorticidade absoluta

- Estimar velocidade vertical
 - Formação de nuvens
 - Perfis verticais de convergência/divergência
 - Dispersão de poluentes
- Estimar variação de pressão
- Estudar crescimento e decaimento de ciclones de latitude média

Teorema de Helmholtz

- Alguns modelos numéricos atmosféricos (inclusive de previsão de tempo) resolvem as equações completas da vorticidade e divergência ao invés da variação de velocidades horizontais, pois qualquer escoamento pode ser decomposto como a soma de dois vetores velocidade:

a) Vetor velocidade não-divergente, mas rotacional;

b) Vetor velocidade divergente, mas irrotacional.

Essas afirmações constituem o Teorema de Helmholtz, e

pode ser expresso por:

$$\vec{v}_H = \underbrace{\vec{v}_\psi}_{\substack{\text{parte} \\ \text{rotacional} \\ \text{não-divergente}}} + \underbrace{\vec{v}_\phi}_{\substack{\text{parte} \\ \text{divergente} \\ \text{irrotacional}}}$$

Equação da vorticidade

$$\frac{D}{Dt}(\xi + f) = \underbrace{- (\xi + f) \vec{\nabla}_H \cdot \vec{v}}_a - \underbrace{\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z}}_b + \underbrace{\frac{\vec{k}}{\rho^2} (\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p)}_c + \underbrace{\vec{k} \cdot (\vec{\nabla} \times f_r)}_d$$

a) Termo da divergência

b) Termo de inclinação

c) Termo solenóide

d) Termo de fricção

Termo da divergência

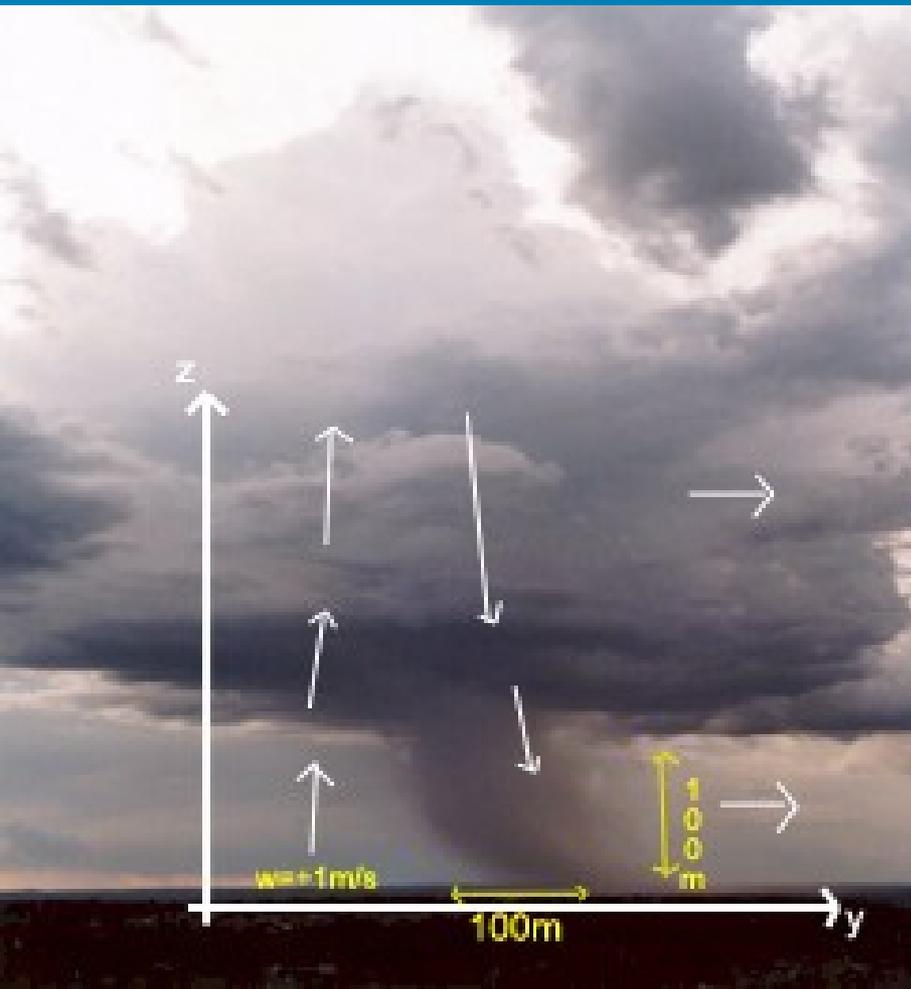
- Representa a fonte/sumidouro, pode criar/destruir a vorticidade através da convergência/ divergência de massa
- Convergência $\left(\vec{\nabla}_H \vec{v} < 0 \right)$
- Divergência $\left(\vec{\nabla}_H \vec{v} > 0 \right)$

Termo de inclinação

- Responsável por inclinar os vórtices
- Necessário que exista um cisalhamento
- Formação de tornados e frontogênese

Exemplo numérico

Supondo um “outdraft” à frente de uma tempestade de 20m/s a cada 100m e que w muda de 1m/s para -1 m/s



$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{20m/s}{100m} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{(-1-1)m/s}{100m}$$

$$\frac{D}{Dt}(\xi + f) \propto -\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} = -4 \cdot 10^{-3} s^{-2}$$

A vorticidade no centro do tornado pode ser estimada como:

$$\xi \approx \frac{v}{R} = \frac{100m/s}{-100m} = -1s^{-1}$$

Então se um tornado com a inclinação calculada for mantido por 5 minutos: $4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 60 = 1,2s^{-1}$, que é da ordem de grandeza normalmente observada em um tornado.

Termo solenóide

- Não é muito importante no comportamento de sistemas de grande escala

Termo de fricção

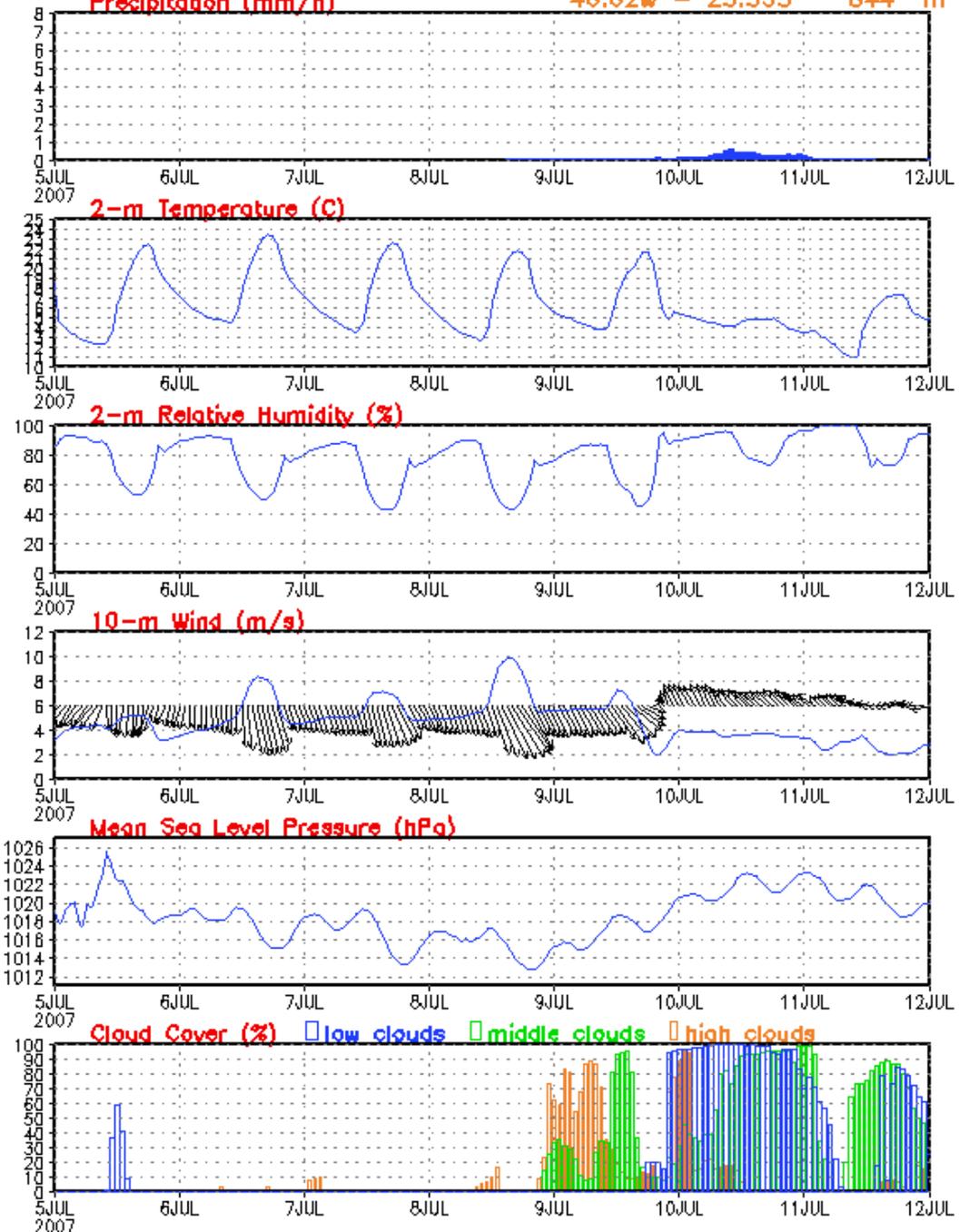
- escoamento desacelera mais rapidamente próximo à fronteira, gerando vorticidade. Este mecanismo é responsável pela geração de vorticidade nas asas de aviões e ao longo de construções muito altas

Conclusão

- Atmosfera tratada como fluido geofísico
- Escalas variadas com diferentes aproximações
- Modelagem da atmosfera

CPTEC Modelo Regional ETA (7 dias, 20 x 20 km)

MCT/INPE/CPTEC - REGIONAL MODEL GRID HISTORY
Hourly from 05JUL2007, 00Z SAO_PAULO, SP, BR
48.62W - 23.53S 844 m



Referências

- [1] HOLTON, J.R. - An Introduction to Dynamic Meteorology. 2003, 391p.
- [2] WALLACE, J.M. e HOBBS, P.V. - Atmospheric Science: An Introductory Survey. Academic Press, New York, 2006, 467p.
- [3] DUTTON, J.A. - The Ceaseless Wind: An Introduction to the Theory of Atmospheric Motion. 1976, 579p.
- [4] FOX, R.W. e MCDONALD, A.T. – Introdução à Mecânica dos Fluidos. 1992, 662p.
- [5] MARCHETTI, D.H.U. – Notas de Mecânica dos Fluidos (1ºsem/2007 – IF/USP)
- [6] ROCHA, R.P. – Notas de aula – Meteorologia Dinâmica I (2ºsem/2006 – IAG/USP)